桃 園 縣 立 大 有 國 民 中 學 107 學 年 度 第 一 學 期 第 三 次 評 量 試 卷

年 級	九	考 試 科 目	數學		命 題 範 圍	3-1~3-2	作 答 時 間	45 分
班 級		姓 名		座 號		分 數		

一、選擇題(每題 4 分，共 88 分)

(　　)1.　有關多邊形的外心、內心與重心的觀念，下列何者是$\boxed{錯誤}$的？

(A) 菱形必有內心

(B) 矩形必有外心

(C) 鈍角三角形的內心在三角形的外部

(D) 等腰三角形的外心、內心與重心在同一條直線上

(　　)2.　已知$\triangle ABC$為正三角形，且邊長為 6，則下列敘述何者正確？

(A) $\triangle ABC$的面積為$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\triangle ABC$的外接圓半徑為$3\sqrt{3}$

(C) $\triangle ABC$的內切圓半徑為$2\sqrt{3}$　　(D) $\triangle ABC$的外接圓面積:內切圓面積$=4:1$

(　　)3.　已知$\triangle ABC$為直角三角形，其中$\angle A=90^\circ$，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，且O、G分別為$\triangle ABC$的外心及重心，下列敘述中，有幾項是正確的？

<甲> 外接圓半徑$=5$　　<乙> 內切圓半徑$=2$　　<丙>$\overline{OG}=\frac{5}{3}$

(A) 3　(B) 2　(C) 1　(D) 0

(　　)4.　若O、I分別為$\triangle ABC$的外心與內心，且$\angle A=30^\circ$，則下列何者正確？

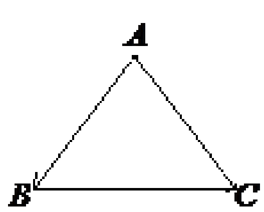
(A) $\angle BOC=30^\circ$，$\angle BIC=60^\circ$

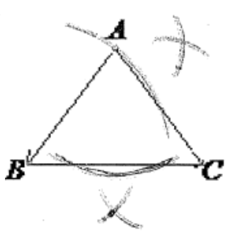
(B) $\angle BOC=60^\circ$，$\angle BIC=105^\circ$

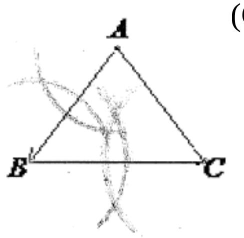
(C) $\angle BOC=30^\circ$，$\angle BIC=105^\circ$

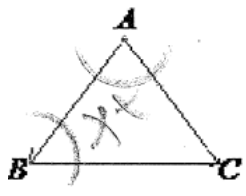
(D) $\angle BOC=60^\circ$，$\angle BIC=150^\circ$

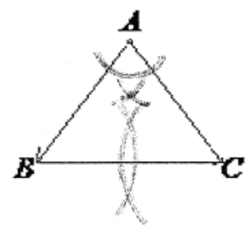
(　　)5.　如右圖，$\triangle ABC$等腰三角形，其中$\overline{AB}=\overline{AC}=15$，$\overline{BC}=18$。若小鴻想利用尺規作圖的方式找出$\triangle ABC$的內心，則下列哪一個才是正確的作圖軌跡呢？



(A)


(B)


(C)


(D)


(　　)6.　承上題，$\triangle ABC$的內切圓半徑等於多少？

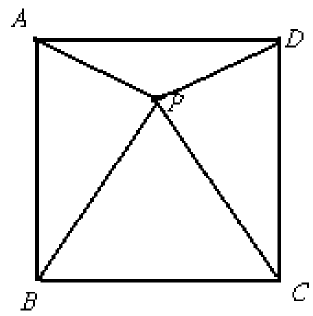
(A) $\frac{225}{24}$　(B) $\frac{9}{2}$　(C) 4　(D) 6

(　　)7.　若 E 、 F 、 G 、 H 分別為四邊形 $ABCD$ 各邊的中點，則下列哪些人的觀念是正確的呢？

<u>小平</u>：若四邊形 $ABCD$ 為菱形，則四邊形 $EFGH$ 為矩形。
<u>小昌</u>：若四邊形 $ABCD$ 為箏形，則四邊形 $EFGH$ 為菱形。
<u>小瑜</u>：若四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形，則四邊形 $EFGH$ 為菱形。
<u>小達</u>：若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則四邊形 $EFGH$ 為矩形。

(A) <u>小平</u>、<u>小昌</u>　(B) <u>小平</u>、<u>小瑜</u>　(C) <u>小昌</u>、<u>小達</u>　(D) <u>小瑜</u>、<u>小達</u>

(　　)8.　如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，$\triangle PBC$ 為正三角形，則下列敘述何者錯誤？



(A) $\triangle PAB \cong \triangle PCD$

(B) $\angle APB = 75^\circ$

(C) $\triangle PAB$ 面積 $= \frac{1}{4} \times$ 正方形 $ABCD$ 面積

(D) $\triangle PAB$ 面積 $\times \triangle PCD$ 面積 $= \triangle PAD$ 面積 $\times \triangle PBC$ 面積

(　　)9.　如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB} = \overline{AC}$，且 D 、 E 分別為 $\overline{AC}$ 和 $\overline{AB}$ 的中點，求證 $\overline{CE} = \overline{BD}$。

以下是<u>小淳</u>的證明過程：

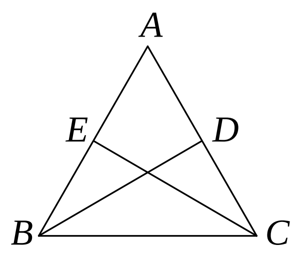
$\because \overline{EB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \overline{DC}$

$\angle EBC = \angle DCB$ (等腰三角形底角相等)

$\overline{BC} = \overline{BC}$ (__①__)

$\therefore \triangle EBC \cong \triangle DCB$ (根據___②___全等性質)

故 $\overline{CE} = \overline{BD}$ (__③__)



試問①、②和③應分別填入哪些內容？

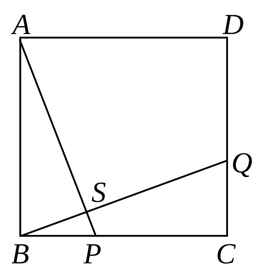
(A) 對應邊等長；SAS；對應邊等長　(B) 對應邊等長；RHS；對應邊等長

(C) 公用邊；RHS；對應邊等長　(D) 公用邊；SAS；對應邊等長

(　　)10.　已知 a 為正奇數，試判斷下列何者一定是偶數？

(A) $(a+4)(a+8)$　(B) a^4　(C) a^2+a　(D) 2^a+a

(　　)11.　如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形。P 、 Q 分別在 $\overline{BC}$ 和 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{CP} = \overline{DQ}$，則 $\angle ASB =$ ？



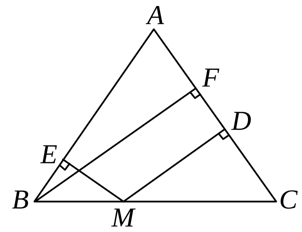
(A) 80°　(B) 85°　(C) 90°　(D) 95°

(　　)12.　下列哪一組條件無法說明四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形呢？

(A) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 且 $\angle A + \angle D = 180^\circ$　(B) $\overline{AB} = \overline{CD}$ 且 $\angle A + \angle B = 180^\circ$

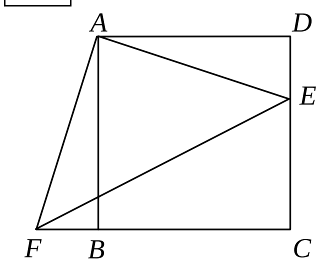
(C) $\angle A + \angle B = \angle A + \angle D$ 且 $\angle A + \angle B = \angle C + \angle B$　(D) $\overline{AB} = \overline{CD}$ 且 $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{CD}$

(　　)13.　如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{ME} \perp \overline{AB}$，$\overline{MD} \perp \overline{AC}$，$\overline{BF} \perp \overline{AC}$，且 $\overline{AB}=\overline{AC}=7$，$\overline{MD}=4$，$\overline{ME}=2$，試問 $\overline{BF}=$？



(A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8

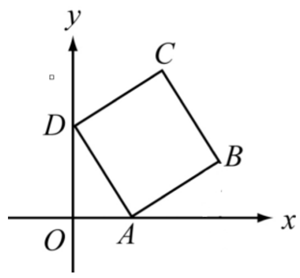
(　　)14.　如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形。F、B、C 三點共線，且 $\overline{AE} \perp \overline{AF}$，則下列何者**錯誤**？



(A) $\angle AED=\angle FEC$　(B) $\angle AEF=45^\circ$

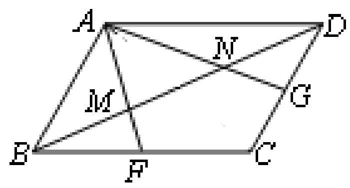
(C) $\angle FAB=\angle EAD$　(D) $\overline{AE}:\overline{AF}:\overline{EF}=1:1:\sqrt{2}$

(　　)15.　如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，且 A 點坐標為 $(3,0)$，D 點坐標為 $(0,4)$，則有關 B、C 兩點的坐標，何者是正確的？



(A) $B(7,4)$　(B) $B(5,3)$　(C) $C(4,7)$　(D) $C(8,4)$

(　　)16.　如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，F、G 分別為 $\overline{BC}$ 和 $\overline{CD}$ 的中點，且 $\overline{AF}$ 和 $\overline{AG}$ 分別與對角線 $\overline{BD}$ 交於 M、N 兩點，則五邊形 $CFMNG$ 面積:平行四邊形 $ABCD$ 面積＝？



(A) $1:4$　(B) $5:8$　(C) $5:12$　(D) $1:3$

(　　)17.　已知 $\triangle ABC$ 為直角三角形，其中 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=13$，$\overline{AC}=12$。若 I、G 分別為 $\triangle ABC$ 的內心與重心，則下列哪一組的面積比是正確的？

(A) $\triangle AIB:\triangle BIC:\triangle AIC=5:13:12$，$\triangle AGB:\triangle BGC:\triangle AGC=1:1:1$

(B) $\triangle AIB:\triangle BIC:\triangle AIC=1:1:1$，$\triangle AGB:\triangle BGC:\triangle AGC=5:13:12$

(C) $\triangle AIB:\triangle BIC:\triangle AIC=13:5:12$，$\triangle AGB:\triangle BGC:\triangle AGC=1:1:1$

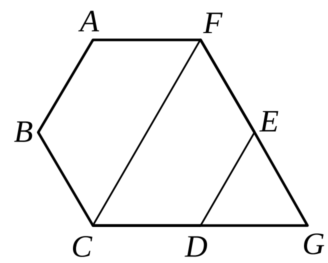
(D) $\triangle AIB:\triangle BIC:\triangle AIC=1:1:1$，$\triangle AGB:\triangle BGC:\triangle AGC=13:5:12$

(　　)18.　以下是<u>魯夫</u>和<u>索隆</u>說明「$\sqrt{3}+\sqrt{5}\neq\sqrt{8}$」的過程，對於兩人的證法，下列哪一個判斷是正確的？

<u>魯夫</u>：	<u>索隆</u>：
$\because (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2=8+2\sqrt{15}$ 而 $(\sqrt{8})^2=8$ $\therefore (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2\neq(\sqrt{8})^2$ 故 $\sqrt{3}+\sqrt{5}\neq\sqrt{8}$	作一個直角三角形，且兩股長為 $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{5}$ 由畢氏定理可得斜邊長為 $\sqrt{8}$ 且由「三角形任兩邊長之和必大於第三邊」的性質 可知 $\sqrt{3}+\sqrt{5}>\sqrt{8}$ 故 $\sqrt{3}+\sqrt{5}\neq\sqrt{8}$

(A) <u>魯夫</u>正確，<u>索隆</u>錯誤　(B) <u>魯夫</u>錯誤，<u>索隆</u>正確　(C) 兩人都錯誤　(D) 兩人都正確

(　　)19.　如右圖，六邊形 $ABCDEF$ 為正六邊形，其中 $\overline{CF}$ 是一條對角線，且 $\overline{CD}$ 與 $\overline{FE}$ 的延長線交於 G 點，試求出六邊形 $ABCDEF$ 面積:梯形 $CDEF$ 面積: $\triangle DEG$ 面積 $=$？



(A) $7:3:1$

(B) $6:3:1$

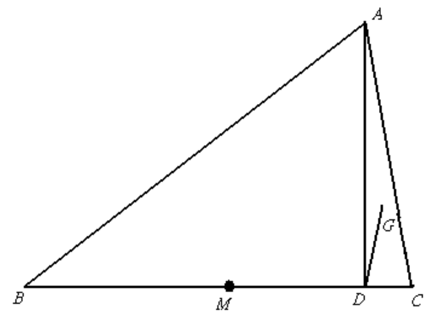
(C) $4:2:1$

(D) $12:7:3$

(　　)20.　已知正方形必有外心與內心，請問正方形的外接圓面積:內切圓面積 $=$？

(A) $2:1$　(B) $4:1$　(C) $3:2$　(D) $9:4$

(　　)21.　如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 2\angle B$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， M 點為 $\overline{BC}$ 的中點，且 G 點為 $\triangle ACD$ 的重心，則 $\overline{DM} : \overline{DG} =$？



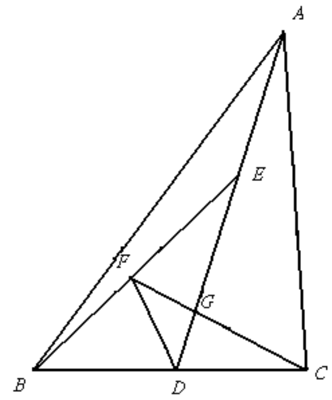
(A) $1:1$

(B) $3:2$

(C) $5:3$

(D) $7:4$

(　　)22.　已知 $\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 的中線， E 點在 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1:2$ ，若 F 點為 $\overline{BE}$ 的中點， $\overline{CF}$ 與 $\overline{AD}$ 交於 G 點，則 $\triangle DFG$ 面積: $\triangle ABC$ 面積 $=$？

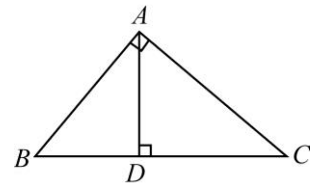


(A) $1:12$　(B) $1:16$　(C) $1:18$　(D) $2:15$

二、計算與證明題(共 12 分；計算題的部分，沒有算式將不予計分)

1. (1) 如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形，其中 $\angle BAC = 90^\circ$ ，且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點。

試證明 $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 。(3 分)



(2) 承(1)題，若 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BD} = 4$ ，則 $\overline{CD} =$？(3 分)

2. 如右圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形，其中 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，試求出 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 $=$？(6 分)